

Justifique as suas respostas

1. Caso exista, calcule o seguinte limite

$$\lim \left[\frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \cdots + \frac{n}{n+1} \right) \right]$$

2. Calcule a soma da série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-3)(2n-1)}$$

3. Verifique se a seguinte série é divergente, absolutamente convergente, ou simplesmente convergente.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n} \right)$$

4. Determine a natureza da série de termo geral:

$$\frac{(1000)^n}{n!}$$

5. Determine a natureza da série de termo geral:

$$\frac{e^n n!}{n^n}$$

6. Calcule a função derivada de

$$f(x) = (\sin x)^x \quad \text{para todo o } x \in]0, \pi[$$

7. Considere a função

$$f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x - 6$$

Mostre que a recta $y = 12x - 17$ é tangente ao gráfico de f e determine o ponto de tangência.

8. Mostre que se $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ é contínua e todos os valores de f estão em $[a, b]$, então existe $x \in [a, b]$ tal que $f(x) = x$.