1. Considere uma função real f, definida em $\mathbb{R}^2$ e tal que, para cada $(x, y) \neq (0, 0)$
$$f(x,y) = 1 + xy\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$
   (a) Se f for contínua na origem, qual será o valor de f?
   (b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(a, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial x}(0, a)$, onde a é um número real.

2. Determine o domínio e calcule as derivadas parciais de:
$$(a) \quad f(x,y) = \frac{x \sinh y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad\qquad (b) \quad g(x,y) = \int_1^{x^2 y} e^{-t^2} dt$$

3. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} & , \quad \text{se } x + y > 0 \\ x + y & , \quad \text{se } x + y \leq 0 \end{cases}$$
   (a) Estude a diferenciabilidade de f em $(0, 0)$;
   (b) Determine, caso existam, as derivadas segundo o vector $(1, 1)$ nos pontos $(1, 1)$ e $(1, -1)$.

4. Calcule a derivadas $\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial r}{\partial y}, \frac{\partial r}{\partial z}$ de:
   (a) $r = e^{u+v+w}; \quad u = yz, \quad v = xz, \quad w = xy$
   (b) $r = uvw - u^2 - v^2 - w^2; \quad u = y + z, \quad v = x + z, \quad w = x + y$

5. Seja f uma função de classe C^1 e seja $g(r, \theta) = f(r\cos\theta, r\sin\theta)$. Mostre que:
$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial g}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial g}{\partial \theta}\right)^2$$