1. Considere as seguintes funções, pontos e vectores:

   (a) $f(x,y) = \log(x^2 + y^2)$ $\quad (x_0, y_0) = (1,2)$ $\quad (v_1, v_2) = (1,1)$

   (b) $f(x,y) = xye^{x+y}$ $\quad (x_0, y_0) = (1,4)$ $\quad (v_1, v_2) = (-1,-1)$

   Para cada alínea,

   - Calcule a aplicação linear derivada de f em (x_0, y_0),
   - Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto (x_0, y_0),
   - Calcule a taxa de variação de f no ponto (x_0, y_0) e na direcção e sentido de (v_1, v_2).

2. Escreva a equação do plano (ou recta) tangente à superfície (ou curva) no ponto indicado:

   (a) $\quad x^3+y^3+z^3 = 5xyz$ $\quad (x_0, y_0, z_0) = (2,1,1)$ $\qquad (b)$ $\quad 2x^2+3y^2 = 35$ $\quad (x_0, y_0) = (2,3)$

3. Determine o desenvolvimento de Taylor de 2a. ordem em torno de $(0,0)$ da função $f(x,y) = x\sin(y) + y\sin(x)$. Aproveite o resultado para calcular o valor do número real a tal que:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y) - axy}{x^2+y^2} = 0$$

4. Determine extremos locais e/ou pontos de sela das funções dadas pelas seguintes expressões:

   (a) $\quad 3y^2 - 2y^3 - 3x^2 + 6xy$ $\qquad (b)$ $\quad x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 8$ $\qquad (c)$ $\quad x^4 + y^4 + 4xy$

5. Determine os extremos da função f no conjunto S

   (a) $\quad f(x,y,z) = x+y+z$ $\qquad S = \{\, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 = 2,\ x+z = 1 \,\}$

   (b) $\quad f(x,y,z) = xyz$ $\qquad S = \{\, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 = 1 \,\}$

6. Determine os pontos de máximo da função $f(x,y) = x^2 + y^2 - x - y + 1$, no conjunto $\{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \,\}$.

7. Determine os extremos da função $f(x,y,z) = x+y+z$ na superfície definida por $xyz = 1$.