Cálculo Diferencial e Integral II - Tagus Park **1o. Semestre 2009/2010**
6a. Lista de exercícios **19/10 - 23/10**

1. Verifique directamente que se pode resolver a equação

$$F(x,y) = y^2 + y + 3x + 1 = 0$$

para y em ordem a x. Verifique o mesmo resultado através do Teorema da Função Implícita. Calcule dy/dx.

2. Discuta a possibilidade de resolver o sistema

$$\begin{gathered} 3x + 2y + z^2 + u + v^2 = 0 \\ 4x + 3y + z + u^2 + v + w + 2 = 0 \\ x + z + w + u^2 + 2 = 0 \end{gathered}$$

para u, v e w em ordem a x, y e z perto de $x = y = z = 0$, $u = v = 0$ e $w = -2$.

3. Calcule o comprimento de arco de $\vec{c}(t) = (t, \log t, 2\sqrt{2t})$ para $1 \le t \le 2$.

4. Escreva a expressão da curva $x = y^3 = z^2 + 1$ na forma parametrica.

5. Mostre que $\vec{c}(t) = \Big(1/(1-t), 0, e^t/(1-t)\Big)$ é uma curva integral do campo de vectores $\vec{F}(x,y,z) = (x^2, 0, z(1+x))$.

6. Calcule a divergência e o rotacional dos campos:

$\vec{F}(x,y,z) = (y,z,x) \quad \text{em} \quad (1,1,1)$ $\qquad \vec{F}(x,y,z) = ((x+y)^3, (\sin xy), (\cos xyz)) \quad \text{em} \quad (2,0,1)$

7. Calcule os gradientes das seguintes funções f e mostre que $\overrightarrow{grad} \times \overrightarrow{grad} f = 0$

$$f(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \qquad f(x,y) = \arctan(x^2 + y^2) \qquad f(x,y) = e^{x^2} - \cos(xy^2)$$

8. (a) Seja $\vec{F}(x,y,z) = 2xye^z\vec{i} + e^z x^2\vec{j} + (x^2ye^z + z^2)\vec{k}$. Calcule $\overrightarrow{grad} \cdot \vec{F}$ e $\overrightarrow{grad} \times \vec{F}$.
   (b) Encontre uma função $f(x,y,z)$ tal que $\vec{F} = \overrightarrow{grad} f$