

**Áreas de superfícies:**

1. Calcule a área de uma esfera de raio  $R > 0$ .
2. Encontre uma expressão para a área da superfície obtida por rotação do gráfico da função  $y = f(x)$ ,  $a \leq x \leq b$  em torno do eixo dos  $YY$ .
3. Seja  $R$  um real maior que 1. O toro,  $T$ , pode ser representado parametricamente pela função  $\Phi : D \mapsto \mathbb{R}^3$ , onde  $\Phi$  é dado pelas funções coordenadas:

$$x = (R + \cos \phi) \cos \theta, \quad y = (R + \cos \phi) \sin \theta, \quad z = \sin \phi \quad 0 \leq \theta, \phi \leq 2\pi$$

4. Calcule a área da porção da superfície da esfera unitária centrada na origem delimitada pelo cone  $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ .
5. Expresse o elipsóide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

na forma paramétrica e escreva o integral que permite calcular a área do elipsóide.

6. Calcule  $\int \int_S xyz \, dS$  onde  $S$  é o triângulo com vértices  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 2, 0)$  e  $(0, 1, 1)$ .
7. Calcule  $\int \int_S z \, dS$ , where  $S$  is o hemisfério superior de raio  $a$  centrado na origem isto é, o conjunto dos  $(x, y, z)$ 's tais que  $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ .
8. Calcule  $\int \int_S xy \, dS$  onde  $S$  é a superfície do tetraedro com os lados  $z = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x + z = 1$ ,  $x = y$ .