

1. Suponha que a temperatura de um ponto em \mathbb{R}^3 é dado por $T(x, y, z) = 3x^2 + 3z^2$. Calcule o fluxo de calor através da superfície $x^2 + z^2 = 2$, $0 \leq y \leq 2$, se $k = 1$.
2. Calcule o fluxo de calor através da esfera unitária centrada na origem se $T(x, y, z) = x$.
3. Suponha que o campo de velocidades de um fluido é dado por $\mathbf{F} = \mathbf{i} + x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ (em metros por segundo). Calcule quantos metros cúbicos de fluido por segundo atravessam a superfície descrita pela equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$.
4. Encontre a área de um disco de raio R usando o teorema de Green.
5. Use o Teorema de Green para calcular a área da elipse dada pela equação $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$
6. Calcule o integral

$$\int_C (2x^3 - y^3)dx + (x^3 + y^3)dy$$

onde C é a circunferência de raio 1 e centro na origem e verifique o Teorema de Green para este caso.

7. Verifique o Teorema de Stokes para o hemisfério dado pela equação $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ e o campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.
8. Calcule o integral

$$\iint_S \text{rot} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

onde S é a porção da esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ para $z \geq 0$ e $\mathbf{F} = \mathbf{r} \times (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$, $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

9. Calcule o integral de superfície

$$\iint_S \text{rot} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

onde S é a superfície dada por $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x \geq 0$ e $\mathbf{F} = x^3\mathbf{i} - y^3\mathbf{j}$