

Análise Matemática IV

2º semestre, 2004/2005

Exercício-teste 3

1. Utilize o Teorema dos Resíduos para calcular

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x^2 + 6x + 10} dx .$$

2. Seja $n \in \mathbb{Z}^+$ e considere a função $f(z) = \frac{(z^2-1)^{2n}}{z^{2n+1}}$.
Utilizando a definição de resíduo de uma função num ponto e a fórmula do binómio de Newton, conclua que

$$\operatorname{Res}(f, 0) = \binom{2n}{n} (-1)^n$$

e aproveite este resultado para mostrar que

$$\int_0^{\pi} \operatorname{sen}^{2n} \theta d\theta = \frac{\pi(2n)!}{(2^n n!)^2} .$$