

Instituto Superior Técnico
2º Teste de Matemática Computacional (versão a) - 21/12/2007
Eng. Electrónica e Eng. de Redes de Computadores
Apresente todos os cálculos que efectuar

1. Considere a seguinte tabela de valores de uma função f

x_i	-2	-1.5	-1	0	1	2	2.5
$f(x_i)$	7	4.75	3	-1	3	9	13.5

- (a) Baseando-se na fórmula de Lagrange, determine um valor aproximado de $f(-1.2)$, usando o polinómio que interpola f nos três primeiros pontos da tabela. [1.5]
- (b) Admitindo que f tem a forma $f(x) = P(x) + e^x$, onde $P(x)$ é um polinómio de grau não superior ao segundo, determine um majorante do erro da aproximação obtida na alínea anterior. [1.5]
- (c) Sabendo que o polinómio que interpola f nos pontos 0, 1, 2 e 2.5 é $P_3(x) = 0.4x^3 - 0.2x^2 + 3.8x - 1$, diga, sem efectuar cálculos, qual é a diferença dividida de terceira ordem da função f nesses pontos. [1.0]
- (d) Determine a função da forma $g(x) = a(x - 1) + b(x - 2)^2$ que melhor se ajusta aos seguintes pontos da tabela: -1, 0, 1 (no sentido dos mínimos quadrados). [1.5]
2. Calcule aproximadamente $I = \int_{-2}^2 x f(x) dx$ usando a regra de Simpson simples. [1.0]
3. Calcule aproximadamente $J = \int_{-2}^2 f(x) dx$ usando a regra de Simpson composta. [1.0]
4. Considere o seguinte problema de valores iniciais:

$$y'(x) = y^2(x) + xy(x), \quad y(x_0) = y_0.$$

Para obter um valor aproximado de $y(x_0 + h)$, podem usar-se as seguintes fórmulas:

$$y_1 = y_0 + h(y_0^2 + x_0 y_0); \tag{1}$$

$$y_1 = y_0 + h(y_0^2 + y_0 x_0) + \frac{h^2}{2} (y_0 + (2y_0 + x_0)(y_0^2 + x_0 y_0)) \tag{2}$$

- (a) Diga, justificando, a que método estudado corresponde cada uma das fórmulas e qual a ordem desse método. [1.5]
- (b) No caso de $h = 0.1$, $x_0 = 0$ e $y_0 = 1$, use o método correspondente à fórmula (1) para obter um valor aproximado de $y(0.2)$. [1.0]