

Instituto Superior Técnico
2º Teste de Matemática Computacional (Versão b) - 21/12/2007
Eng. Electrónica e Eng. de Redes de Computadores
Apresente todos os cálculos que efectuar

1. Considere a seguinte tabela de valores de uma função f

x	0	1	1.5	2	3	4	4.5
$f(x)$	1	3	6	4	0	2	-1

- (a) Usando a fórmula de Newton com diferenças divididas, determine uma expressão para o polinómio $p(x)$ de grau ≤ 2 que interpola f nos **pontos** 1, 2, 4 da tabela. **[1.5]**
- (b) Supondo que $f(x) = \exp(-x) + a_2x^2 + a_1x + a_0$, determine um majorante para o erro de interpolação $|f(1.5) - p(1.5)|$, onde p é o polinómio da alínea anterior. **[1.5]**
- (c) i. Aproxime o integral $I = \int_0^4 xf(x)dx$ utilizando a regra de Simpson simples. **[1.0]**
ii. Aproxime o integral $J = \int_0^4 f(x)dx$ utilizando a regra de Simpson composta. **[1.0]**
- (d) Pretende-se determinar a função da forma $g(x) = \alpha_0(x - 2)^2 + \alpha_1(x - 1)$ que melhor se ajusta aos pontos 0, 2, 4 da tabela, no sentido dos mínimos quadrados.
i. Diga qual a quantidade a minimizar no critério dos mínimos quadrados. **[1.0]**
ii. Determine as constantes α_0, α_1 . **[1.5]**

2. Considere a equação diferencial

$$y'(x) = x^2 y(x) + x, \quad x \in [x_0, 2]$$

com a condição inicial $y(x_0) = y_0$. Para obter um valor aproximado de $y(x_0 + h)$ podem utilizar-se as seguintes fórmulas:

$$y_1 = y_0 + h(x_0^2 y_0 + x_0) \tag{1}$$

$$y_1 = y_0 + h(x_0^2 y_0 + x_0) + \frac{h^2}{2} (2x_0 y_0 + 1 + x_0^2 (x_0^2 y_0 + x_0)) \tag{2}$$

- (a) Diga, justificando, a que métodos correspondem as fórmulas acima e quais as suas ordens. **[2.0]**
- (b) Fazendo $x_0 = 0, y_0 = 1$ e $h = 0.1$, obtenha a aproximação para $y(0.2)$ pelo método correspondente à fórmula (1). **[1.0]**