Matemática Computacional - Guia das aulas laboratoriais

1º semestre de 2007/2008 - LCERC

Programação em *Mathematica*

1. Calcule no *Mathematica* e comente os resultados:
   (a) $\sqrt{7}$; (b) $\sqrt{7.0}$; (c) $\sqrt{14406}$; (d) $\cos\frac{\pi}{6}$; (e) $\cos\frac{\pi}{8}$;
   (f) $5(8-\frac{3}{2})$; (g) $\frac{110\sqrt{405}}{630}$ (h) $4\pi + e$ (i) $4.3 - 2\sqrt{5}$.

2. Determine aproximações com precisão 30 para
   (a) $\frac{36856321}{17754197}$; (b) e; (c) $-\frac{1-\sqrt{5}}{2}$; (d) $\cos 3$; (e) $\sqrt{37}$.

3. Usando os comandos `Solve` ou `NSolve` resolva as equações:
   (a) $1 + 4x + x^2 + x^3 = 0$; (b) $x^8 = 3$;
   (c) $1 + 4x + x^2 - 10x^3 - 4x^4 + 8x^5 = 0$;
   (d) $1 + 4x + x^2 + 10x^3 - 4x^4 + 8x^5 = 0$;
   (e) $3 + 3x - 7x^2 - x^3 + 2x^4 + 3x^7 - 3x^8 - x^9 + x^{10} = 0$.

4. Seja A a matriz 6×6 definida por $a_{ij} = i + j$, $i, j = 1, ..., 6$, e seja $B = A + I$, onde I é a matriz identidade.

   (a) Calcule $\det A$ e $\det B$.
   (b) Resolva o sistema linear $Bx = b$, em que b é dado por $b_i = 1$, $i = 1, ...5$, e $b_6 = 0$.

5. Apresente o gráfico das seguintes funções, nos intervalos referidos:
   (a) $\sin(x + \log_2(|3x|)),\ x \in [-\pi, \pi]$; (b) $e^{-x^2},\ x \in [-3, 3]$;
   (c) $2 - 5x + 5x^3 - 2x^4,\ x \in [-2, 3]$.

6. Considere a função $f(x) := e^{\sqrt{x^2-x+1}} \cos(4x)$.

   (a) Apresente o gráfico de f no intervalo $[-2, 2]$.
   (b) Usando o comando `FindRoot`, encontre os pontos de máximo, de mínimo e de inflexão de f no intervalo $[-2, 2]$.

(c) Obtenha o polinómio de Taylor de grau 5, em torno de $x_0 = 0$, de f. Compare este polinómio com a função f, através de um gráfico sobreposto.

7. Um número perfeito é igual à soma dos seus divisores próprios. Por exemplo, 6 e 28 são números perfeitos.

   (a) Recorrendo ao comando `Divisors`, construa uma função que determina se um número inteiro é um perfeito ou não. Aplique a vários exemplos.

   (b) Defina uma função que devolva todos os números perfeitos encontrados numa lista de inteiros.

   (c) Determine todos os números perfeitos até 10 000.

8. A sucessão de Fibonacci $(0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...)$ é definida da seguinte forma: começa com os termos 0 e 1 e cada um dos termos seguintes é a soma dos dois termos precedentes.

   Escreva uma função que calcula o $n-$ésimo número de Fibonacci

   (a) de forma recursiva;

   (b) de forma iterativa;

   (c) de forma iterativa, mas retornado um valor de ponto flutuante.

   Compare a eficiência das três funções, recorrendo à função `Fibbonaci` e ao comando `Timing`.