

Análise Matemática II

Exercícios XIII

1 - Determine o ponto mais próximo e o mais distante da origem no conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + xy + y^2 = 3\}$$

2 - Determine o retângulo de maior perímetro inscrito na elipse de equação $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

3 - Calcule os valores de a e b de modo a que a elipse de equação $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ contenha o conjunto

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$$

e tenha a área menor possível.

4 - Qual o valor máximo do produto dos cossenos dos ângulos internos de um triângulo?

5 - Mostre que a equação $5y^2 + \sin y = x^2$ define implicitamente y como função de x e calcule a derivada e a segunda derivada dessa função.

6 - Seja $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua e positiva tal que

$$\int_0^1 f(t) dt = \int_1^2 f(t) dt = 1$$

Mostre que para todo o $x \in [0, 1]$ existe um único $g(x) \in [1, 2]$ tal que

$$\int_x^{g(x)} f(t) dt = 1$$

e que a função g assim definida tem derivada contínua.

7 - Mostre que a equação $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4$ define implicitamente uma função $z = \phi(x, y)$ na vizinhança do ponto $(1, 1, 2)$ e calcule as derivadas parciais de ϕ .