

Análise Matemática II

Exercícios VII

1 - Determine o polinómio $p(x)$ de grau menor possível que satisfaz a condição

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh x - \cos x - p(x)}{x^5} = 0$$

2 - Mostre que o polinómio

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$$

aproxima $\sqrt{1+x}$ com erro inferior a $\frac{|x|^3}{2\sqrt{2}}$, se $|x| < \frac{1}{2}$.

3 - Use as propriedades da fórmula de Taylor para calcular as constantes A_i na igualdade seguinte

$$\frac{x}{(x-2)^3(x+1)} = \frac{A_1}{x-2} + \frac{A_2}{(x-2)^2} + \frac{A_3}{(x-2)^3} + \frac{B}{x+1}$$

Sugestão: Multiplique ambos os membros da equação por $(x-2)^3$.

4 - Calcule, com erro inferior a $\frac{1}{1000}$, os seguintes integrais

$$\int_0^1 e^{x^2} dx \qquad \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

5 - Determine a série de Taylor, em torno do ponto 0, das funções

$$f(x) = \frac{e^x}{x-1} \qquad g(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$$

definidas no intervalo $] -1, 1[$.

6 - Determine a série de Taylor, em torno do ponto 1, das funções

$$f(x) = (1+x)e^x \qquad g(x) = \frac{\ln x}{x}$$

7 - Determine a soma das séries

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n(n+1)}{n!} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)}$$

8 - Calcule o limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sinh x - \sin(x^2)}{x^6}$$

Sugestão: Não aplique a Regra de Cauchy.