

## Combinatória e Grafos

1. Quantas palavras de 10 letras não contêm todas as vogais?
2. Quantas sequências compostas de 20 **A** e 30 **B** não contêm mais do que 3 **B** seguidos?
3. De quantas maneiras podemos ordenar o conjunto  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  de modo a obter pelo menos uma das sequências

1, 2, 3    3, 4, 5    4, 5, 6?

4. Quantos grafos simples com vértices  $\{v_1, \dots, v_n\}$  têm pelo menos um vértice de grau 0? Quantos é que têm exactamente um vértice de grau 0?
5. De quantas maneiras podemos sentar  $n$  casais numa mesa redonda de modo a que nenhum casal fique lado a lado? E se adicionalmente os homens e as mulheres ficarem intercalados?
6. O *grafo linha*  $l(G)$  de um grafo simples  $G$  é o grafo que tem as arestas de  $G$  como vértices e em que dois vértices são adjacentes se e só se enquanto arestas de  $G$  incidem num mesmo vértice. Se  $G$  tem vértices  $v_1, \dots, v_n$  com  $d(v_i) = r_i$  e  $m$  é o número de arestas, determinar o número de vértices e de arestas de  $l(G)$  em função de  $n$ , de  $m$  e dos  $r_i$ .
7. Mostrar que se  $G$  é um grafo simples com  $\delta(G) = k$  então  $G$  contém um caminho de comprimento maior ou igual a  $k$ .
8.  $G$  é um grafo simples com  $n$  vértices e  $m$  arestas. Se  $G$  é desconexo qual o maior valor possível de  $m$ ? E qual o maior valor possível de  $\delta(G)$ ?
9. Demonstrar que num grafo conexo dois caminhos de comprimento máximo têm sempre um vértice em comum.