Introdução à Teoria dos Números

Trabalho de Grupo

1. Demonstrar que dado um inteiro $m \geq 1$, o inteiro $\prod_{k=1}^{m}(n+k)$ é divisível por $m!$, para todo o $n \geq 0$.

2. Na aplicaçãaos inteiros a e b do algoritmo de Euclides estendido , obtêm-se a sucessão de restos $r_{-1} = a, r_0 = b, r_1, \cdots, r_m = mdc(a, b)$ e a sucessão de pares x_i, y_i satisfazendo

$$r_i = ax_i + by_i,\ -1 \leq i \leq m.$$

   Provar que, para todo o $i < m$ se tem

$$x_{i+1}y_i - x_iy_{i+1} = (-1)^i.$$

3. Determinar inteiros x, y, z tais que

$$111x + 72y + 20z = 1.$$

   Determinar todas as soluções x, y, z da equação.

4. Justificar, ou mostrar que é falsa, cada uma das proposições seguintes:

$$mdc(mdc(a, b), mdc(a, c)) = mdc(a, b, c),\ \forall a, b, c \in \mathbb{Z};$$

$$mmc(mmc(a, b), mmc(a, c)) = mmc(a, b, c),\ \forall a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

5. Determinar as soluções da equação $1011x \equiv 111 \mod 1101$.

6. Mostrar que a sucessão $n^n \mod 3$ $(n \geq 1)$ é periódica e determinar o seu período.