Introdução à Teoria dos Números

Trabalho de Grupo

1. a) Para quantos $0 \leq b < 357$ é que a equação

$$77x + b \equiv 0 \mod 357$$

tem solução?

1. b) Determinar as classes de congruência módulo 357 que são solução da equação

$$77x + 21 \equiv 0 \mod 357.$$

2. Determinar um par de inteiros ímpares consecutivos em que o menor é múltiplo de 9, o maior é múltiplo de 11 e a soma dos dois é múltiplo de 7.

3. Sabendo que $1144 = 8 \times 11 \times 13$, determinar, ou mostrar que não existem, as soluções das congruências seguintes

   a) $68x \equiv 28 \mod 1144$

   b) $24x \equiv 44 \mod 1144$

4. Usar os Teoremas Chinês dos Restos e de Fermat/Euler para calcular o resto na divisão de 12^{666} por 99.

5. Usar os Teoremas Chinês dos Restos e de Fermat/Euler para calcular, ou mostrar que não existem, as soluções $0 < x < 225$ da equação modular

$$x^{43} \equiv 52 \mod 225.$$

6. Sejam m e n inteiros positivos. Mostrar que se todo o primo que divide n também divide m, então

$$\phi(nm) = n\phi(m).$$

7. a) Existe algum n tal que $\phi(n) = 50$?

   b) Determinar o menor inteiro positivo n tal que $\phi(x) = n$ tem exactamente duas soluções. E se for exactamente três soluções?