

Matemática I

MA - 2017/2018 - semestre 1
Teste I (versão A) 06/11/17

Justifique as suas respostas e apresente os cálculos.

1 (1 v.) - Determinar o conjunto solução da inequação

$$\frac{x}{x+1} > |x| - 2.$$

2 (2 v.) - Calcular, ou mostrar que não existem, os seguintes limites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\sqrt{x+1} - 1} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 + 1}}{x^2 + 1}.$$

3 (3 v.) - Seja f a função definida em \mathbb{R} por $f(x) = e^{-x}(1 - x^2)$.

- Determinar a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto $a, f(a)$.
- Calcular os limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e justificar se f tem máximo e/ou mínimo absoluto.
- Calcular a área limitada pelo gráfico de f e pelo eixo $y = 0$ no intervalo $-1 < x < 1$.

Sugestão : Recordar a fórmula de primitivação por partes:

$$\int (f'g) = fg - \int (fg');$$

4 (2 v.) - A função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfaz as condições $f(\pi) = 1$ e

$$f'(x) = 1 + \sin(|x|)$$

para todo o $x \in \mathbb{R}$. Calcular $f(-\frac{\pi}{2})$.

5 (2 v.) - Calcular o volume do sólido gerado pela revolução sobre o eixo $y = 0$ da região do plano

$$A = \{(x, y) : 2x + 1 < y < 4 - x^2; 0 < y\}.$$

Matemática I

MA - 2017/2018 - semestre 1

Teste I (versão B) 06/11/17

Justifique as suas respostas e apresente os cálculos.

1 (1 v.) - Determinar o conjunto solução da inequação

$$\frac{|x|}{x+2} > 3 - x.$$

2 (2 v.) - Calcular, ou mostrar que não existem, os seguintes limites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{(2x + 1)^2}.$$

3 (3 v.) - Seja f a função definida em \mathbb{R} por $f(x) = e^x(x^2 - 1)$.

- Determinar a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto $a, f(a)$.
- Calcular os limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e justificar se f tem máximo e/ou mínimo absoluto.
- Calcular a área limitada pelo gráfico de f e pelo eixo $y = 0$ no intervalo $-1 < x < 1$.

Sugestão : Recordar a fórmula de primitivação por partes:

$$\int (f'g) = fg - \int (fg');$$

4 (2 v.) - A função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfaz as condições $f(\pi) = 1$ e

$$f''(x) = 1 + \cos(\pi x), \quad f(0) = 0, \quad f(1) = 0.$$

Calcular $f'(\frac{1}{2})$.

5 (2 v.) - Calcular o volume do sólido gerado pela revolução sobre o eixo $y = 0$ da região do plano

$$A = \{(x, y) : x^2 - 4 < y < -3x; y < 0\}.$$