Matemática I - 2017/2018

Exercícios 4

1 - Determinar todas as primitivas das funções

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$ R: $F(x) = \frac{x^4}{4} + x^3 - 5x + c$

$f(x) = \sqrt{3x - 1}$ R: $F(x) = \frac{2}{9}(3x-1)^{3/2} + c$

$f(x) = \frac{1}{x+1}$ R: $F(x) = \begin{cases} \ln(x+1) + c & \text{se } x > -1 \\ \ln(x+1) + d & \text{se } x < -1 \end{cases}$

$f(x) = (2-x)^3$ R: $F(x) = -\frac{1}{4}(2-x)^4 + c$

$f(x) = e^{2x}$ R: $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + c$

$f(x) = e^x - e^{-x}$ R: $F(x) = e^x + e^{-x} + c$

$f(x) = \sin(2x + \pi)$ R: $F(x) = -\frac{\cos(2x+\pi)}{2} + c$

$f(x) = \cos^2(x)$ R: $F(x) = \frac{\sin(x)\cos(x)}{2} + \frac{x}{2}$

$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ R: $F(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x+1} + c & \text{se } x > -1 \\ -\frac{1}{x+1} + d & \text{se } x < -1 \end{cases}$

$f(x) = \frac{1}{(3x+2)^4}$ R: $F(x) = -\frac{1}{9(3x+2)^3}$

2 - Determinar uma função da forma $f(x)\sin(x) + g(x)\cos(x)$ que tenha derivada igual a $(2x+3)\cos(x)$.

R: $F(x) = (2x+3)\sin(x) + 2\cos(x)$.

3 - Determinar primitivas das funções

$f(x) = \cos(3x)\sin^2(3x)$ R: $F(x) = \frac{\sin 3(3x)}{9}$

$f(x) = xe^{-x^2}$ R: $F(x) = -\frac{e^{-x^2}}{2}$

$f(x) = (x^2 + \frac{2x}{3})\sqrt{x^3 + x^2 + 2}$ R: $F(x) = \frac{2}{9}(x^3 + x^2 + 2)^{3/2}$

$f(x) = \frac{3x}{x^2+1}$ R: $F(x) = \frac{3}{2}\ln(x^2 + 1)$

$f(x) = \tan(x)$ R: $F(x) = -\ln(|\cos(x)|)$

$f(x) = \frac{e^x}{2+e^x}$ R: $F(x) = \ln(2 + e^x)$

4 - Calcular a área da região do plano limitada pela parábola $y = x^2 - x - 1$ e pela recta de declive 3 que passa pelo ponto $(1, 7)$.

R: A área é dada por $\int_{-1}^{5}(3x + 4) - (x^2 - x - 1)\,dx = \frac{109}{3}$.

5 - Calcular a área da região do plano limitada pelas parábolas

$$y = 2x^2 + x, \qquad y = x^2 + 2.$$

R: A área é dada por $\int_{-2}^{1}(x^2 + 2) - (2x^2 + x)\,dx = \frac{3}{2}$.

6 - Calcular a área da região do plano definida pelas condições

$$(x, y) : x > 0\ \ y > 0;\ 1 < \frac{y}{x} < 4;\ xy < 1$$

R: A área é dada por

$$\int_0^{1/2} 3x\,dx + \int_{1/2}^{1} \frac{1}{x} - x\,dx = \ln(2).$$