Instituto Superior Técnico
Álgebra Linear 2006/2007 (AL-14)
Primeiro mini-teste, 3 de Abril de 2007, 12h
Duração: 40 minutos

Versão A

Identificação

Número:____________

Nome:____

Respostas

$1a$ ☐	$2a$ ☐	$3a$ ☐	$4a$ ☐	$5a$ ☐
$1b$ ☐	$2b$ ☐	$3b$ ☐	$4b$ ☐	$5b$ ☐
$1c$ ☐	$2c$ ☐	$3c$ ☐	$4c$ ☐	$5c$ ☐
$1d$ ☐	$2d$ ☐	$3d$ ☐	$4d$ ☐	$5d$ ☐

Instruções

1. Este é um teste de *escolha múltipla*.
2. Nas página seguintes há vinte alíneas distribuídas por cinco perguntas. Cada alínea contém uma afirmação que pode ser *verdadeira* ou *falsa*.
3. *Na folha de rosto* deve assinalar com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas, podendo sempre em cada alínea optar por não responder.
4. As respostas certas têm *pontuação positiva* e as respostas erradas têm *pontuação negativa*. As alíneas sem resposta têm *pontuação nula*.
5. No fim do teste deve *entregar* ao docente apenas a *folha de rosto* devidamente identificada e com as respostas assinaladas.

Pergunta 1

Seja $\begin{bmatrix} a & 0 & b & | & 2 \\ a & a & 4 & | & 4 \\ 0 & a & 2 & | & b \end{bmatrix}$ a matriz aumentada de um sistema de equações lineares.

a) Se $a = 0$ existem valores de b para os quais o sistema é possível.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$

b) Se $a = 0$ o sistema é sempre possível independentemente do valor de b.
Cotação: $\mathsf{V} = -1.0$, $\mathsf{F} = +1.0$

c) Se $a = 1$ o sistema é impossível.
Cotação: $\mathsf{V} = -1.0$, $\mathsf{F} = +1.0$

d) Se $b = 2$ o sistema é possível e indeterminado.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$

Pergunta 2

a) $A + B = B + A$ para quaisquer matrizes $m \times n$ A e B.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$

b) $AB = BA$ para quaisquer matrizes $n \times n$ A e B.
Cotação: $\mathsf{V} = -1.5$, $\mathsf{F} = +1.0$

c) Existem matrizes A e B tais que $AB = BA$.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$

d) $(A + B)^2 = A^2 + AB + B^2$ para quaisquer matrizes $n \times n$ A e B.
Cotação: $\mathsf{V} = -0.5$, $\mathsf{F} = +1.0$

Pergunta 3

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ i & 0 & i \end{bmatrix}$.

a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & i & 1 \\ 1 & i & 0 \\ 0 & -2i & -1 \end{bmatrix}$.
Cotação: $\mathsf{V} = -0.3$, $\mathsf{F} = +1.0$

b) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & i \\ 1 & 0 & i \\ 0 & -1 & -2i \end{bmatrix}$.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -0.3$

c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & i \\ 0 & 1 & -2i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
Cotação: $\mathsf{V} = -1.7$, $\mathsf{F} = +1.0$

d) A não tem inversa.
Cotação: $\mathsf{V} = -1.7$, $\mathsf{F} = +1.0$

Versão A

Pergunta 4

a) O vector $(1,1,1,1) \in \mathbb{C}^4$ é combinação linear dos vectores $(1,2,3,4)$, $(i,0,i,0)$ e $(3i,3i,i,i)$.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$

b) O subconjunto do espaço vectorial complexo dos polinómios de coeficientes complexos $\mathcal{P}(\mathbb{C})$ formado pelos polinómios

$$\begin{aligned}&1+2z+3z^2+4z^3\\&i+iz^2\\&3i+3iz+iz^2+iz^3\end{aligned}$$

é linearmente independente.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$

c) O conjunto formado pelas funções e^x, $\operatorname{sen} x$ e $\cos x$ gera todo o espaço vectorial real das funções reais de variável real.
Cotação: $\mathsf{V} = -1.8$, $\mathsf{F} = +1.0$

d) O espaço das colunas da matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & i & 3i \\ 2 & 0 & 3i \\ 3 & i & i \\ 4 & 0 & i \end{bmatrix}$$

coincide com o núcleo da matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(visto como um subespaço de $\mathbb{C}^4$).
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -0.2$

Versão A

Pergunta 5

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

a) A característica de A é 3.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$

b) A nulidade de A é 3.
Cotação: $\mathsf{V} = -1.0$, $\mathsf{F} = +1.0$

c) A dimensão do espaço das colunas de A é 3.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$

d) O conjunto $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ é uma base do espaço das colunas de A.
Cotação: $\mathsf{V} = +1.0$, $\mathsf{F} = -1.0$