AL Paulo Pinto

1. Para cada $k \in \mathbb{R}$, sejam $u = (1,1,1), v = (0,1,1)$ e $w = (k,2,2)$. Considere a seguinte lista de afirmações:

I) Os vectores u, v não geram $\mathbb{R}^3$.
II) Os vectores u, v, w geram $\mathbb{R}^3$, para algum valor de k.
III) O vector w é combinação linear de u e v, para algum valor de k.

C

A lista completa de afirmações correctas é

A) III **B)** II e III **C)** I e III **D)** I e II

---

2. Seja $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x - 2y + z = 0, \ 3x - 6y + 3z = 0\}$ e $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Considere a seguinte lista de afirmações:

I) $V = \mathrm{Nuc}(A)$.
II) V é um subespaço linear de $\mathbb{R}^3$.
III) $\{(2,1,0), (-1,0,1)\}$ é uma base de V.
IV) $\dim(\mathrm{Nuc}(A)) = 1$.

A

A lista completa de afirmações correctas é

A) I, II e III **B)** II e III **C)** I e III **D)** II e IV

---

3. Para cada k seja $V_k = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + ky = k^2 - 1, \quad kx + y = 1 - k\}$. Considere a seguinte lista de afirmações:

I) O conjunto V_k é um subespaço linear de $\mathbb{R}^2$ para um único valor de k.
II) $\dim(V_1) = 1$ e $\{(1,1)\}$ é uma base de V_1 (onde V_1 denota V_k fazendo $k = 1$).
III) As coordenadas de $v = (a,b)$ na base ordenada $\{(1,1),(1,-1)\}$ são $(\frac{a+b}{2}, \frac{a-b}{2})$.

B

A lista completa de afirmações correctas é

A) I **B)** I e III **C)** II e III **D)** III

---

4. Considere o espaço linear $\mathcal{P}_2$ dos polinómios, na variável x, de grau menor ou igual a dois munido das operações habituais, e a seguinte lista de afirmações:

I) O conjunto $\{p \in \mathcal{P}_2 : p(0)p(\mathrm{x}) = 2\}$ é um subespaço linear de $\mathcal{P}_2$.
II) O conjunto $\{p \in \mathcal{P}_2 : p(\mathrm{x}) = p(0)\}$ é um subespaço linear de $\mathcal{P}_2$ de dimensão 2.
III) O conjunto $\{1 + \mathrm{x}, 1 - \mathrm{x} + \mathrm{x}^2, 2 + \mathrm{x}^2\}$ não gera $\mathcal{P}_2$.

A

A lista completa de afirmações correctas é

A) III **B)** II **C)** I **D)** II e III

---

5. Considere E e F os subespaços lineares de $\mathbb{R}^4$ definidos por: $E = L(\{v_1, v_2\})$ é o espaço gerado pelos vectores $v_1 = (1,-1,0,0)$ e $v_2 = (1,-1,1,1)$ e $F = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 : x + y = 0\}$. Considere ainda a seguinte lista de afirmações:

C

I) $\dim(E) = 2$ e $\dim(F) = 3$.
II) $\dim(E + F) = 3$.
III) $E \subseteq F$.
IV) $\dim(E \cap F) = 2$.

A lista completa de afirmações correctas é

A) I e II **B)** I e III **C)** I e II e III e IV **D)** III e IV