

Análise Matemática IV

Problemas para as Aulas Práticas

Semana 8

1. Seja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 9 & 3 \end{bmatrix}.$$

Determine $e^{t\mathbf{A}}$ e resolva o problema de valor inicial $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

2. Seja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Determine $e^{t\mathbf{A}}$ e resolva o problema de valor inicial $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$, $\mathbf{x}(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

3. Seja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Resolva o problema de valor inicial $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

4. Seja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Resolva o problema de valor inicial $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

5. Determine a solução geral do seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} x' = 14x - 10y + 1 \\ y' = 10x - 2y + 2 \end{cases}$$

Sugestão: Determine primeiro uma solução particular constante.

6. Resolva o seguinte problema de valor inicial:

$$\begin{cases} x' = -2x + 4y + t^6 \\ y' = -x + 2y + t^5 \end{cases}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{y}(0) = 1.$$

7. Resolva o seguinte problema de valor inicial:

$$\begin{cases} x' = 2x - 2y + t \\ y' = x - y + e^t \end{cases}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{y}(0) = 0.$$

8. Determine uma matriz 2×2 , \mathbf{A} , tal que uma das soluções de $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$ seja

$$\mathbf{x}(t) = (e^{2t} - 2e^{-t}, e^{2t} + 4e^{-t}) .$$

A matriz \mathbf{A} é única?