

Análise Matemática IV

Exercício Teste 3

1. Seja $f(z)$ a função dada por:

$$f(x + iy) = \begin{cases} 1 & \text{se } y < 0, \\ 4y & \text{se } y \geq 0, \end{cases}$$

e seja C o contorno de $-1 - i$ a $1 + i$ alongo a curva $y = x^3$. Calcule $\int_C f(z) dz$.

2. Para m e n inteiros, calcule $\int_C z^m \bar{z}^n dz$, onde C é o contorno $|z| = 1$ percorrida no sentido positivo.
3. Sejam $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $z_0 \in \mathbb{C}$. Calcule

$$\int_C (z - z_0)^{a-1} dz,$$

onde C é o contorno $|z - z_0| = R$ percorrida no sentido positivo com $R > 0$ e $(z - z_0)^{a-1}$ é a função obtido pelo ramo principal $-\pi < \arg z < \pi$ de função $\log z$.