Análise Matemática IV

Problemas para as Aulas Práticas

Semana 10

1. Determine a solução da equação linear:

$$y^{(3)} - 2y^{(2)} + y' - 2 = b(t)$$

que verifica as condições iniciais

$$y(0) = y'(0) = 0 \quad , \quad y^{(2)}(0) = 1$$

quando:

(i) $b(t) = 0, \quad \forall t \in \mathbb{R}.$

(ii) $b(t) = t, \quad \forall t \in \mathbb{R}.$

(iii) $b(t) = e^t, \quad \forall t \in \mathbb{R}.$

2. Determine a solução da equação diferencial

$$y'' - 4y' + 3y = (1 + e^{-x})^{-1}$$

que verifica as condições iniciais $y(0) = y'(0) = 1$

3. Considere a equação

$$y^{(3)} - 4y^{(2)} + 5y' = 0$$

(i) Determine a sua solução geral.

(ii) Determine para que condições iniciais em $t = 0$ é que os problemas de valor inicial correspondentes têm soluções convergentes quando $t \to \infty$.

4. Para que valores de $c \in \mathbb{R}$ é que a equação

$$y'' - 2cy' + y = 0$$

admite uma solução periódica, que não seja identicamente nula?

5. Considere a equação

$$y^{(4)} + 2y^{(3)} + y^{(2)} = t + \cos t \tag{1}$$

(i) Determine a solução geral da equação homogénea correspondente a (1).

(ii) Determine uma solução particular de (1).

(iii) Determine a solução de (1) que verifica a condição inicial

$$y(0) = y'(0) = y^{(2)}(0) = y^{(3)}(0) = 0$$