Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Matemática IV

2º Semestre 2004/2005

2º Teste

Cursos: LEIC, LEM, LEMat, LEAN e LEGM

9 de Junho de 2005, 17h

Duração do Teste: 1h30m

Justifique cuidadosamente todas as respostas.

(2 val.) **1.** Resolva o seguinte problema de valor inicial

$$x + \cos x + \operatorname{sen} x \, \frac{dy}{dx} = 0 \quad , \quad y(1) = 0$$

indicando o intervalo máximo de existência de solução.

(2,5 val.) **2.** Sistema

(2 val.) **3.** Equação de ordem n

(2,5 val.) **4.** Considere o seguinte problema de valores na fronteira

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 & \text{para} \quad (x,y) \in]0,1[\times]0,1[\\ u(0,y) = u(1,y) = 0 & \text{para} \quad y \in [0,1] \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x,0) = 0 \ , \ \frac{\partial u}{\partial y}(x,1) = \operatorname{sen}^3(\pi x) & \text{para} \quad x \in [0,1] \end{cases} \tag{1}$$

(a) Determine a série de Fourier de senos da função $f(x) = \operatorname{sen}^3(\pi x)$ para $x \in [0,1]$.

(b) Resolva o problema (1).

(1 val.) **5.** Picard