

## Ficha de exercícios relativos à aula dos dias 2-3/12

Para entregar na segunda, dia 7/12

1. Pretende-se uma fórmula de quadratura da forma

$$Q(f) = A_0 f(-2) + A_1 f(-1/2) + A_2 f(0)$$

para aproximar o integral  $I(f) = \int_{-2}^0 f(x) dx$

- (a) Determine os pesos  $A_0, A_1, A_2$  de modo a que a fórmula seja exacta para polinómios de grau  $\leq 2$ .  
*sol.*  $A_0 = 5/9, A_1 = 16/9, A_2 = -1/3$   
(feito na aula do dia 2/12)
- (b) Determine o grau de precisão da fórmula obtida. (feito na aula do dia 2/12)  
*Sol.:* Por construção é pelo menos 2. Visto que  $I(x^3) \neq Q(x^3)$ , então concluímos que o grau é 2.
- (c) Aplique a fórmula obtida para aproximar o integral da função  $f(x) = e^{-x^2}$ . (feito na aula do dia 2/12)
- (d) Obtenha os pesos  $A_0, A_1, A_2$  usando o polinómio interpolador associado aos pontos  $-2, -1/2, 0$ . (faça como na dedução da fórmula de Simpson:  $\int f \simeq \int p_2$  e use a fórmula de Lagrange para exprimir  $p_2$ )
- (e) Supondo  $f \in C^3[-2, 0]$ , obtenha uma fórmula de majoração do erro de integração  $E(f)$ , tal que

$$I(f) = \int_{-2}^0 f(x) dx = Q(f) + E(f)$$

*Sugestão: Escreva o erro de integração em função do erro de interpolação*

- (f) Use a fórmula de integração deduzida para majorar o erro cometido na alínea c).