

Cálculo Diferencial e Integral I
2º Teste - 18 de Janeiro de 2018 - 18h30m
Cursos: MEAmbi, MEBiol

(4,5 val.) **Problema 1**

(a) Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(i) $\frac{x}{x^2 - 6x + 8}$ (ii) $\cosh(2x) \cos(x)$

(b) Estude a convergência dos seguintes integrais impróprios e calcule os que forem convergentes (note que a função integranda é a mesma):

(i) $\int_1^3 (x-2)^{-4/3} dx$ (ii) $\int_3^{+\infty} (x-2)^{-4/3} dx$

(2,5 val.) **Problema 2** Considere a função $f(x) = \int_2^x \frac{x^4 \sin^2 t}{2t-3} dt$

- (a) Determine o domínio de f .
- (b) Calcule a derivada de f .
- (c) Justifique que $f(x) < 0$ para $x < 2$.

(2,5 val.) **Problema 3** Considere a função $f(x) = \cos x$.

- (a) Escreva a fórmula de Taylor com resto de Lagrange de ordem 2 de f no ponto $a = -\frac{\pi}{6}$.
- (b) Sendo p o polinómio de Taylor de f de ordem 3 no ponto $a = -\frac{\pi}{6}$, esboce na mesma região os gráficos de f e de p .

(4,5 val.) **Problema 4**

(a) Determine a natureza das seguintes séries:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3 \ln n}}{n+2}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^n+3}{2n!+1}\right)^n$

(b) Mostre que $0 < \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2 + \cos n}{2^n} < \frac{3}{4}$

(2,5 val.) **Problema 5** Considere a série de potências $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n(3+n)}$

- (a) Mostre que a série é simplesmente convergente para $x = -1$.
- (b) Determine o maior intervalo aberto em que a série é absolutamente convergente.

(1,5 val.) **Problema 6** Determine a série de Taylor da função $f(x) = \ln(x-2)$ no ponto $a = 5$.

(2,0 val.) **Problema 7** Seja $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função limitada e não negativa satisfazendo a seguinte propriedade: existem $0 < a < b < 1$ e $\varepsilon > 0$ tais que para qualquer $x \in]a, b[$ temos $f(x) \geq \varepsilon$. Mostre que há somas de Darboux inferiores de f estritamente positivas. O que pode concluir sobre o integral inferior de f ?

Cálculo Diferencial e Integral I
2º Teste - 8 de Janeiro de 2018 - 18h30m
Cursos: MEAmbi, MEBiol

Instruções

- Apresente todos os cálculos que efectuar e justifique as suas respostas.
- Numere as páginas do caderno de respostas e indique na tabela abaixo as páginas onde as questões são resolvidas.
- Identifique com o nome e número a primeira página do seu caderno de respostas e junte esta folha.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras ou telemóveis.

pergunta	página(s)	classificação	cotação
1.			4,5 val.
2.			2,5 val.
3.			2,5 val.
4.			4,5 val.
5.			2,5 val.
6.			1,5 val.
7.			2,0 val.
total			

Nome: _____

Número: _____

Boa Sorte!