

Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste - 3 de Junho de 2013 - 11h00m

Curso: LEIC-A

Problema 1 (2 val.) Considere a função $f(x) = 6e^{x-1} - x^2 - x$.

- (a) Determine o polinómio de Taylor, $p(x)$, de ordem 3 de f no ponto $x = 1$.
- (b) Estude o sinal de $f(x) - p(x)$.

Problema 2 (2 val.) Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) $\int_1^x x \cos(t^2) dt$ (b) $\int_x^{\sin x} \frac{dt}{1+t^3}$

Problema 3 (3 val.) Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(a) $(2x+1)\cos(x^2+x)$ (b) $\frac{1}{(x-3)(x+1)}$ (c) $x \cos(2x+1)$

Problema 4 (2 val.) Considere a região R limitada pelas curvas $y = 1/x$, $y = x$ e $y = 3$.

- (a) Esboce a região R .
- (b) Calcule a área de R .

Problema 5 (3 val.) Determine a natureza das seguintes séries:

(a) $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}}$ (b) $\sum \frac{n + \ln n}{n^2 + 1}$ (c) $\sum n^2 e^{-n^3}$

Problema 6 (4 val.) Seja $f(x) = x^2 \cos(x^5)$.

- (a) Escreva f como uma série de potências de x .
- (b) Justifique que a origem é um ponto crítico de f e classifique-o.
- (c) Escreva o valor do integral $\int_0^1 f(x) dx$ como uma série alternada.
- (d) Calcule o valor do integral da alínea (c) com um erro inferior a 0,01.

Problema 7 (4 val.) Considere a série de potências $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^k}{k3^k}$.

- (a) Determine o raio de convergência da série.
- (b) Determine em que pontos a série é absolutamente convergente, simplesmente convergente ou divergente.
- (c) Esta série é uma série de Taylor duma certa função f . Determine f .