

## Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste - 4 de Janeiro de 2016 - 8h00m

Cursos: MEC, LEGM

(1,5 val.) **Problema 1** Calcule a área da região  $R$  definida por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, \cos x - 3 \leq y \leq 3e^x\}$$

(3,0 val.) **Problema 2** Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(a)  $\sin(x+2) \cos^5(x+2)$       (b)  $\frac{7}{(x+3)(x-4)}$       (c)  $(3x^2+4) \ln(x^2+2)$

(3,0 val.) **Problema 3** Calcule a derivada das seguintes funções:

(a)  $F(x) = \int_{x^2+1}^{2x+3} \sin \sqrt{t} dt$       (b)  $G(x) = \int_0^x (\cos(2x+3t) + e^{5t^2}) dt$

(3,0 val.) **Problema 4** Considere a série de potências:  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x-3)^k}{2^k(k+5)}$

- (a) Determine o maior intervalo aberto em que a série de potências é absolutamente convergente.  
(b) Determine se a série obtida tomando  $x = 1$  é absolutamente convergente, simplesmente convergente ou divergente.

(3,5 val.) **Problema 5** Determine a natureza das seguintes séries e calcule a soma de cada uma delas:

(a)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^{k+1}}{5^k}$       (b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2+3 \ln k}{k^{4/3} + 3 \ln k}$       (c)  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2}{k \ln^{5/4}(k)}$

(3,0 val.) **Problema 6** Considere a função  $f(x) = \frac{x^3}{2+3x}$

- (a) Desenvolva  $f$  em série de potências de  $x$ , indicando o domínio de convergência.  
(b) Calcule  $f^{(23)}(0)$ .

(3,0 val.) **Problema 7** Considere a função  $f(x) = \cos(x)$  e seja  $p(x)$  o polinómio de Taylor de ordem 2 de  $f$  no ponto  $a = \pi/6$ .

- (a) Determine  $p(x)$ .  
(b) Mostre que  $f(x) - p(x) > 0$  para  $\pi/6 < x < \pi$  e  $f(x) - p(x) < 0$  para  $0 < x < \pi/6$  e esboce na mesma região os gráficos de  $f$  e de  $p$ .  
(c) Sabendo que  $p(x)$  é o polinómio de Taylor de ordem 3 em  $\pi/6$  de uma certa função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  três vezes diferenciável numa vizinhança de  $\pi/6$ , calcule:

$$\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{f(x) - g(x)}{x^3}$$

## Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste - 4 de Janeiro de 2016 - 8h00m

Cursos: MEC, LEGM

### Instruções

- Apresente todos os cálculos que efectuar e justifique as suas respostas.
- Numere as páginas do caderno de respostas e indique na tabela abaixo as páginas onde as questões são resolvidas.
- Identifique com o nome e número a primeira página do seu caderno de respostas e junte esta folha.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras ou telemóveis.

pergunta	página(s)	classificação	cotação
1.			1,5 val.
2.			3,0 val.
3.			3,0 val.
4.			3,0 val.
5.			3,5 val.
6.			3,0 val.
7.			3,0 val.
total			

Nome: \_\_\_\_\_

Número: \_\_\_\_\_

**Boa Sorte!**